

Beispiele für den Beweis

In diesem Beispiel gebe es ein 1-stelliges Prädikat P , die 0-stellige Funktion $\tilde{0}$ und die einstellige Funktion S . Hinzu kommt noch für die Skolemisierung die 0-stellige Funktion h .

α	$\forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$	zu beweisende Aussage (sie ist allgemeingültig)
$\neg \forall \alpha$	$\neg \forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$ $= \exists x \forall y \neg (P(x) \rightarrow P(y))$ $= \exists x \forall y (P(x) \wedge \neg P(y))$	Negation der Aussage
$\tilde{\beta}$	$\forall y (P(h()) \wedge \neg P(y))$	Skolemisierung
$Inst(\tilde{\beta})$	$P(h()) \wedge \neg P(\tilde{0}())$ $P(h()) \wedge \neg P(S(\tilde{0}()))$ $P(h()) \wedge \neg P(h())$ $P(h()) \wedge \neg P(h(\tilde{0}()))$ $P(h()) \wedge \neg P(S(h()))$ \dots	Instanzen
I_{φ}^{-1}	$A \wedge \neg B_1$ $A \wedge \neg B_2$ $A \wedge \neg A$ $A \wedge \neg B_3$ $A \wedge \neg B_4$ \dots	Ausdrücke in Aussagenlogik Widerspruch!

In diesem Beispiel gebe es ein 1-stelliges Prädikat P , die 0-stellige Funktion $\tilde{0}$ und die einstellige Funktion S . Hinzu kommt noch für die Skolemisierung die 1-stellige Funktion h .

α	$\exists x \forall y (P(x) \rightarrow P(y))$	zu beweisende Aussage (nicht allgemeingültig)
$\neg \forall \alpha$	$\neg \exists x \forall y (P(x) \rightarrow P(y))$ $= \forall x \exists y \neg (P(x) \rightarrow P(y))$ $= \forall x \exists y (P(x) \wedge \neg P(y))$	Negation der Aussage
$\tilde{\beta}$	$\forall x (P(h(x)) \wedge \neg P(x))$	Skolemisierung
$Inst(\tilde{\beta})$	$P(h(\tilde{0}())) \wedge \neg P(\tilde{0}())$ $P(h(S(\tilde{0}()))) \wedge \neg P(S(\tilde{0}()))$ $P(h(h(S(\tilde{0}())))) \wedge \neg P(h(S(\tilde{0}())))$ $P(h(h(\tilde{0}())))) \wedge \neg P(h(\tilde{0}()))$ \dots	Instanzen
I_{φ}^{-1}	$A_1 \wedge \neg B_1$ $A_2 \wedge \neg B_2$ $A_3 \wedge \neg A_2$ $A_4 \wedge \neg B_4$ $A_5 \wedge \neg A_1$ \dots	Ausdrücke in Aussagenlogik kein Widerspruch!